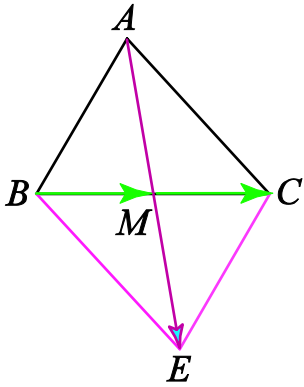


التمرين الأول

1. إنشاء الشكل :

نلاحظ أن المتجهين \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} لهما نفس الأصل، إذن نُنشئ مجموعهما بطريقة متوازي الأضلاع.



$$\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MC} \quad \text{إذن } M \text{ منتصف القطعة } [BC]$$

2. لنبين أن M منتصف $[AE]$

الطريقة 1 لدينا $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ أي $ACEB$ متوازي أضلاع وبما أن M منتصف القطر $[BC]$ فإن M هي أيضا منتصف $[AE]$

الطريقة 2

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC}$$

$$\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AM} + \underbrace{\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}}_{=0}$$

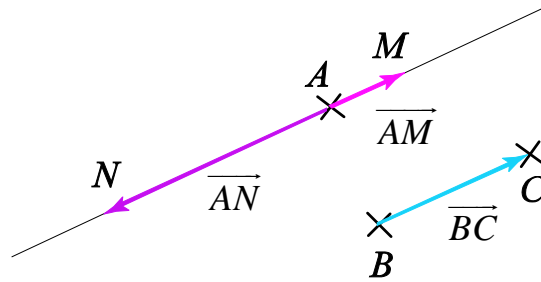
$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$$

$$\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \quad \text{لأن } M \text{ منتصف } [BC]$$

التمرين الثاني

$$\left. \begin{array}{l} (AM) // (BC) \\ \overrightarrow{BC} \text{ و } \overrightarrow{AM} \text{ لهما نفس المنحى} \\ AM = \frac{BC}{2} \end{array} \right\} \text{ 1. لدينا } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \text{ يعني أن}$$

$$\left. \begin{array}{l} (AN) // (BC) \\ \overrightarrow{BC} \text{ و } \overrightarrow{AN} \text{ لهما منحيان متعاكسان} \\ AN = \frac{3BC}{2} \end{array} \right\} \text{ لدينا } \overrightarrow{AN} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \text{ يعني أن}$$



2. لنبين أن النقط A و M و N مستقيمية

$$[1] \quad -3\overrightarrow{AM} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC} \text{ أي } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} \text{ لدينا ، و } [2] \quad \overrightarrow{AN} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$

من [1] و [2] نستنتج أن $\overrightarrow{AN} = -3\overrightarrow{AM}$ ومنه فإن النقط A و M و N مستقيمية.

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} &= \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO} \\
 &= \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DO} \\
 &= \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DO} \\
 &= \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{DO} \\
 &= \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OD} \\
 &= \vec{0}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AB} \\
 &= \cancel{\overrightarrow{AF}} + \overrightarrow{BD} - \cancel{\overrightarrow{AF}} + \overrightarrow{AB} \\
 &= \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} \\
 &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} \\
 &= \overrightarrow{AD}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{BC} &= \underbrace{\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB}}_{\overrightarrow{AB}} + \underbrace{\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC}}_{\overrightarrow{AC}} - 2(\underbrace{\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MC}}_{\overrightarrow{BC}}) \\
 &= \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{BM} - 2\overrightarrow{MC} \\
 &= 2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} \\
 &= 2\overrightarrow{AM} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}
 \end{aligned}$$

.2

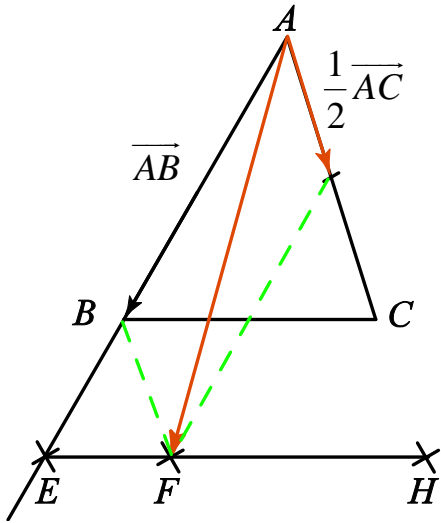
التمرين الرابع

لدينا I منتصف $[AB]$ يعني أن $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} &= \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB} \\
 &= \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MI} + \underbrace{\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}}_{=\vec{0}} \\
 &= 2\overrightarrow{MI}
 \end{aligned}$$

التمرين الخامس

1. إنشاء النقطة E



$$\left. \begin{array}{l} E \in (AB) \\ \overrightarrow{AE} \text{ و } \overrightarrow{AB} \text{ لهما نفس المنحى} \\ AE = \frac{3}{2} AB \end{array} \right\} \text{ لدينا : } \overrightarrow{AE} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AB} \text{ يعني أن}$$

إنشاء النقطة F

$$\left. \begin{array}{l} (EF) \parallel (CB) \\ \overrightarrow{EF} \text{ و } \overrightarrow{CB} \text{ لهما منحى متعاكسان} \\ EF = \frac{3}{2} CB \end{array} \right\} \text{ لدينا : } \overrightarrow{EF} = -\frac{3}{2} \overrightarrow{CB} \text{ يعني أن}$$

إنشاء النقطة H : المتجهتان \overrightarrow{AB} و $\frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$ لهما نفس الأصل، نُنشئ مجموعتهما بطريقة متوازي الأضلاع (أنظر الشكل)

$$2. \text{ لدينا } \overrightarrow{EF} = -\frac{3}{2} \overrightarrow{CB} \text{ إذن } (EF) \parallel (BC).$$

$$3. \overrightarrow{EF} = -\frac{3}{2} \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{EF} = -\frac{3}{2} (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB})$$

$$\overrightarrow{EF} = -\frac{3}{2} (-\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB})$$

$$\overrightarrow{EF} = -\frac{3}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{3}{2} \overrightarrow{AC}$$

$$4. \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE}$$

$$\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} - \frac{3}{2} \overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{EH} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC}$$

ومنه فإن M' منتصف $[A'B']$

الطريقة الثانية :

لنبين أولاً أن النقط A' و B' و M' مستقيمية :

A' هي صورة A بالإزاحة T و B' هي صورة B بالإزاحة T : إذن صورة المستقيم (AB) بالإزاحة T هو المستقيم $(A'B')$ وبما أن $M \in (AB)$ فإن $M' \in (A'B')$ (لأن صورة نقط مستقيمة بإزاحة هي نقط مستقيمة)

إذن النقط A' و B' و M' مستقيمية [1]

لدينا M' هي صورة M بالإزاحة T و A' هي صورة A بالإزاحة T إذن $A'M' = AM$

لدينا M' هي صورة M بالإزاحة T و B' هي صورة B بالإزاحة T إذن $B'M' = MB$

إذن $A'M' = M'B'$ [2]

من [1] و [2] نستنتج أن M' منتصف $[A'B']$

3. بنفس الطريقة كالسؤال الأول ننشئ النقط C' و D' ($D' = I$) : أنظر الشكل.

4. لنبين أن $A'B'C'D'$ متوازي أضلاع :

لدينا :

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \text{ متوازي أضلاع إذن :} \\ \overline{AB} = \overline{A'B'} \text{ : إذن } A' \text{ هي صورة } A \text{ بالإزاحة } T \text{ و } B' \text{ هي صورة } B \text{ بالإزاحة } T \\ \overline{DC} = \overline{D'C'} \text{ : إذن } C' \text{ هي صورة } C \text{ بالإزاحة } T \text{ و } D' \text{ هي صورة } D \text{ بالإزاحة } T \end{array} \right\}$$

إذن $\overline{A'B'} = \overline{D'C'}$ وبالتالي فإن $A'B'C'D'$ متوازي أضلاع.

التمرين السابع

1. الشكل

إنشاء النقطة E

E هي صورة A بالإزاحة t

يعني أن $\overline{AE} = \overline{OM}$

$(AE) \parallel (OM)$

يعني أن \overline{AE} و \overline{OM} لهما المنحى

$AE = OM$

بنفس الطريقة ننشئ النقطتين F و G (أنظر الشكل)

2. لدينا ABM مثلث قائم الزاوية في M لأن الضلع

$[AB]$ هو قطر للدائرة (ζ). إذن $\widehat{AMB} = 90^\circ$

لدينا أيضاً : E هي صورة A بالإزاحة t

و F هي صورة B بالإزاحة t

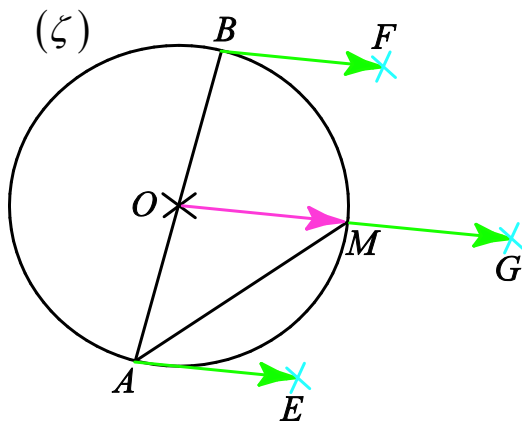
و G هي صورة M بالإزاحة t

إذن صورة \widehat{AMB} بالإزاحة t هي \widehat{EGF}

وبما أن صورة زاوية بإزاحة هي زاوية تقايسها فإن $\widehat{EGF} = 90^\circ$ وبالتالي فإن EFG مثلث قائم الزاوية في الرأس G .

3. مساحة المثلث EFG : $S_{EFG} = \frac{GE \times GF}{2}$

لدينا صورة قطعة بإزاحة هي قطعة تقايسها



صورة القطعة $[AM]$ بالإزاحة t هي القطعة $[EG]$ إذن $EG = AM = 3$

صورة القطعة $[AB]$ بالإزاحة t هي القطعة $[EF]$ إذن $EF = AB = 4$

صورة القطعة $[BM]$ بالإزاحة t هي القطعة $[FG]$ إذن $FG = BM$

لنحسب AM بواسطة مبرهنة فيثاغورس المباشرة :

ABM مثلث قائم الزاوية في M إذن ح . م . ف . م : $BM = \sqrt{AB^2 - AM^2} = \sqrt{7}$

إذن : $S_{EFG} = \frac{3\sqrt{7}}{2}$